LECTURE NOTES TOPIK 8

DISTRIBUSI UNIVARIAT (Bag 2)

PROBABILITAS DAN STATISTIKA/III1A2
Dita Pramesti, S.Si., M.Si. (DTP)

DISTRIBUSI PELUANG DISKRIT

Himpunan pasangan tersusun $(x, f(x))$ adalah sebuah **fungsi peluang**, **fungsi massa peluang (pmf)**, atau **distribusi peluang** dari variabel acak diskrit *X* bila, untuk setiap hasil x yang mungkin,

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_{x} f(x) = 1$
3. $P(X = x) = f(x)$

Distribusi kumulatif $F(x)$ dari suatu peubah acak diskrit X dengan distribusi peluang $f(x)$ adalah :

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t) \text{ untuk } (-\infty < x < \infty)$$

DISTRIBUSI PELUANG KONTINU

Fungsi $f(x)$ adalah suatu **fungsi kepadatan peluang (PDF)** bagi variabel acak kontinu *X*, yang didefinisikan pada himpunan bilangan real $\mathbb{R}$, jika :

1. $f(x) \geq 0, \text{ untuk semua } x \in \mathbb{R}$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$
3. $P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx$

Luas di bawah f(x) antara x=c dan x=d memberikan probabilitas menemukan nilai X antara c dan d, atau P(c<X<d).

$$P(c < X < d) = \int_{c}^{d} f(x) dx$$

Fungsi $f_X(x)$ disebut probability density fungsi (pdf) dari VRX. Ingat teorema dasar Kalkulus

$$\frac{d}{dx} F_{(x)} = \frac{d}{d_x} \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt = f_X(x)$$

Untuk suatu interval (a, b)

$$\begin{aligned} P(a < X < b) &= \int_{-\infty}^{b} f_X(t)dt - \int_{-\infty}^{a} f_X(t)dt \\ &= \int_{-\infty}^{b} f_X(t)dt + \int_{a}^{-\infty} f_X(t)dt = \int_{a}^{b} f_X(t)dt \end{aligned}$$

Untuk VR X maka berlaku hubungan berikut ini :

$$P(a < X < b) = P(a < X \le b) = P(a \le X < b) = P(a \le X \le b)$$

$$= \int_{a}^{b} f_X(t)\, dt$$

Distribusi kumulatif $F(x)$ dari suatu variabel acak kontinu X dengan fungsi kepadatan $f(x)$ adalah

$$F(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt \quad \text{untuk } -\infty < x < \infty$$

Tentu konsekuensi dari definisi tersebut juga berlaku

1. $f(x) = \dfrac{dF(x)}{dx}$
2. $P(a < x < b) = F(b) - F(a)$

Kaitan antara peluang suatu event dengan distribusi peluang kumulatif

EVENT	PROBABILITAS EVENT
{ X = a }	Tinggi loncatan dari grafik F(x) di x = a
{ a < X }	1 – F(a)
{ a ≤ X }	1 – F(a) + P{ X = a }
{ X ≤ b }	F(b)
{ X < b }	F(b) - P{ X = b }
{ a < X ≤ b }	F(b) - F(a)
{ a < X < b }	F(b) - F(a) - P{ X = b }
{ a ≤ X ≤ b }	F(b) - F(a) + P{ X = a }
{ a ≤ X < b }	F(b) - F(a) + P{ X - a } - P{ X = b }

$p_X(a)$ = P { X = a } = tinggi loncatan dari F(x) di x = a

EKSPEKTASI DAN VARIANSI

Ekspektasi / Rata-Rata/ Nilai Harapan

Misalkan *X* adalah variabel acak dengan distribusi peluang $f(x)$. Ekspektasi / rata-rata / nilai harapan dari *X* adalah :

$$\mu_x = E(\mathrm{X}) = \sum_x x\,P(x)$$

bila *X* variabel acak diskrit, dan

$$\mu_x = E(\mathrm{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, dx$$

bila *X* variabel acak kontinu.

Variansi

Misalkan *X* adalah variabel acak dengan distribusi peluang $f(x)$ dan ekspektasi μ. Variansi *X* adalah

$$\sigma^2 = Var(X) = E(\mathrm{X}^2) - \mu_x^2 = E(\mathrm{X}^2) - \left(E(\mathrm{X})\right)^2$$

dengan

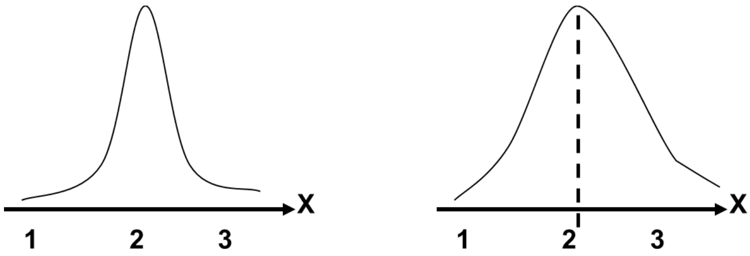
$$E(\mathrm{X}^2) = \sum_x x^2 p(x)$$

jika X variabel acak diskrit, dan

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx$$

jika X variabel acak kontinu.

Nilai rata-rata hanya memberikan info ttg kecenderungan pemusatan data, akan tetapi tidak memberikan gambaran ttg bentuk distribusi atau penyebaran data.



Distribusi dengan mean sama tetapi memiliki dispersi yg berbeda

REFERENSI

1. Ross, Sheldon.(2010), A first course in probability, 8th ed., Pearson Prentice Hall, United States of America.
2. Walpole, Ronald E., Myers, Raymond H., Myers, Sharon L. (2013), Essentials of Probability & Statistics for Engineers & Scientists, Pearson Education, United States of America.