Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University
Think Big! Go Forward!

Telkom University

ANALISIS ALGORITMA

Week 03: Strategi Algoritma

PROGRAM PASCA SARJANA INFORMATIKA
FAKULTAS TEKNIK INFORMATIKA
UNIVERSITAS TELKOM

2022/2023

Strategi Algoritma

bagian 3 dari 3

- Sorting Lainnya

Metoda Pengurutan Cepat Lainnya

https://en.wikipedia.org/wiki/Sorting_algorithm

Garis Besar Algoritma QuickSort

```
proc QuickSort( A[left..right] )
    if left < right then
        p := Pivot(A[left..right])
        pv := A[p]
        A[left] ⇔ A[p]
        k := QuickSplit(A[left+1..right],A[left])
        A[left] ⇔ A[k]
        Quicksort(A[left..k-1])
        Quicksort(A[k+1..right])
    endif
```

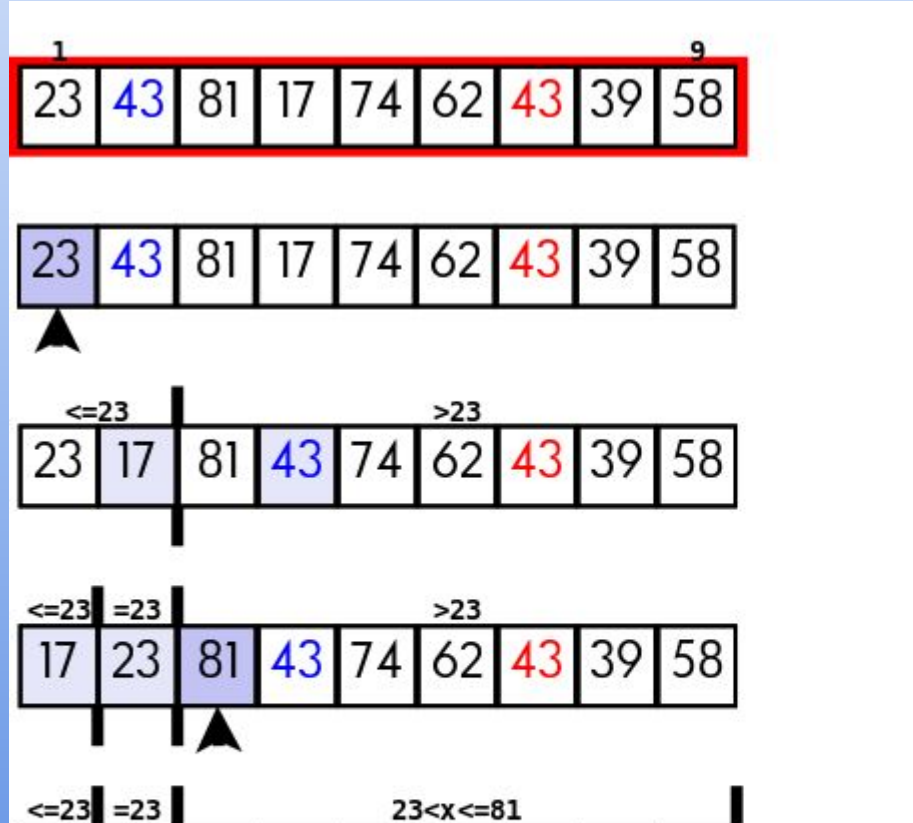
- Pilih suatu data acuan (pivot)
- Bagi data dalam 2 kelompok
  - Data kelompok kiri tidak lebih besar dari p
  - Kelompok kanan lebih besar dari p
  - Data di kelompok kiri bernilai lebih kecil dari data di kelompok kanan
- Ulangi proses yang sama terhadap masing^2 kelompok
- Gabungan kedua kelompok membentuk data terurut

Pemilihan Pivot QuickSort

- Idealnya adalah nilai median, tetapi median mudah dicari jika sudah terurut
  - Mungkinkah mencari median tanpa mengurutkan data lebih dulu?
- Jika diketahui data terdistribusi uniform, semua data mempunyai kesempatan yang sama sebagai median
  - Ambil saja nilai tengah dari kumpulan data tersebut
  - Ambil saja secara acak salah satu nilai dari kumpulan data tersebut?
- Kalau begitu, bisa saja ambil data yang pertama (atau terakhir) dari list
  - Sederhana kan?
  - Adakah kekurangan/kelemahan pilihan ini yang perlu diperhatikan?

Membagi dua data dalam QuickSort

```
func QuickSplit( A[left..right], pv )
    i := left
    k := right
    while i < k do
        while i ≤ k and A[i] ≤ pv do
            i := i + 1
        endwhile
        while i ≤ k and A[k] > pv do
            k := k - 1
        endwhile
        if i < k then
            A[i] ⇔ A[k]
        endif
    endwhile
    return k
```



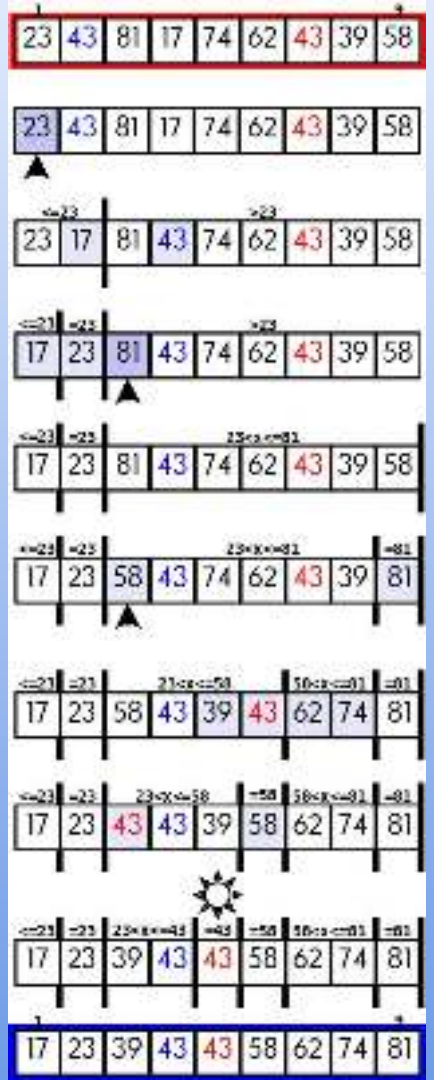
QuickSort

```
proc QuickSort( A[left..right] )
    if left < right then
        p := Pivot(A[left..right])
        pv := A[p]
        A[left] ⇔ A[p]
        i := left + 1
        k := right
        while i < k do
            while i ≤ k and A[i] ≤ pv do
                i := i + 1
            while i ≤ k and A[k] > pv do
                k := k - 1
            if i < k then
                A[i] ⇔ A[k]
        endwhile
        A[left] ⇔ A[k]
        Quicksort(A[left..k-1])
        Quicksort(A[k+1..right])
    endif
```

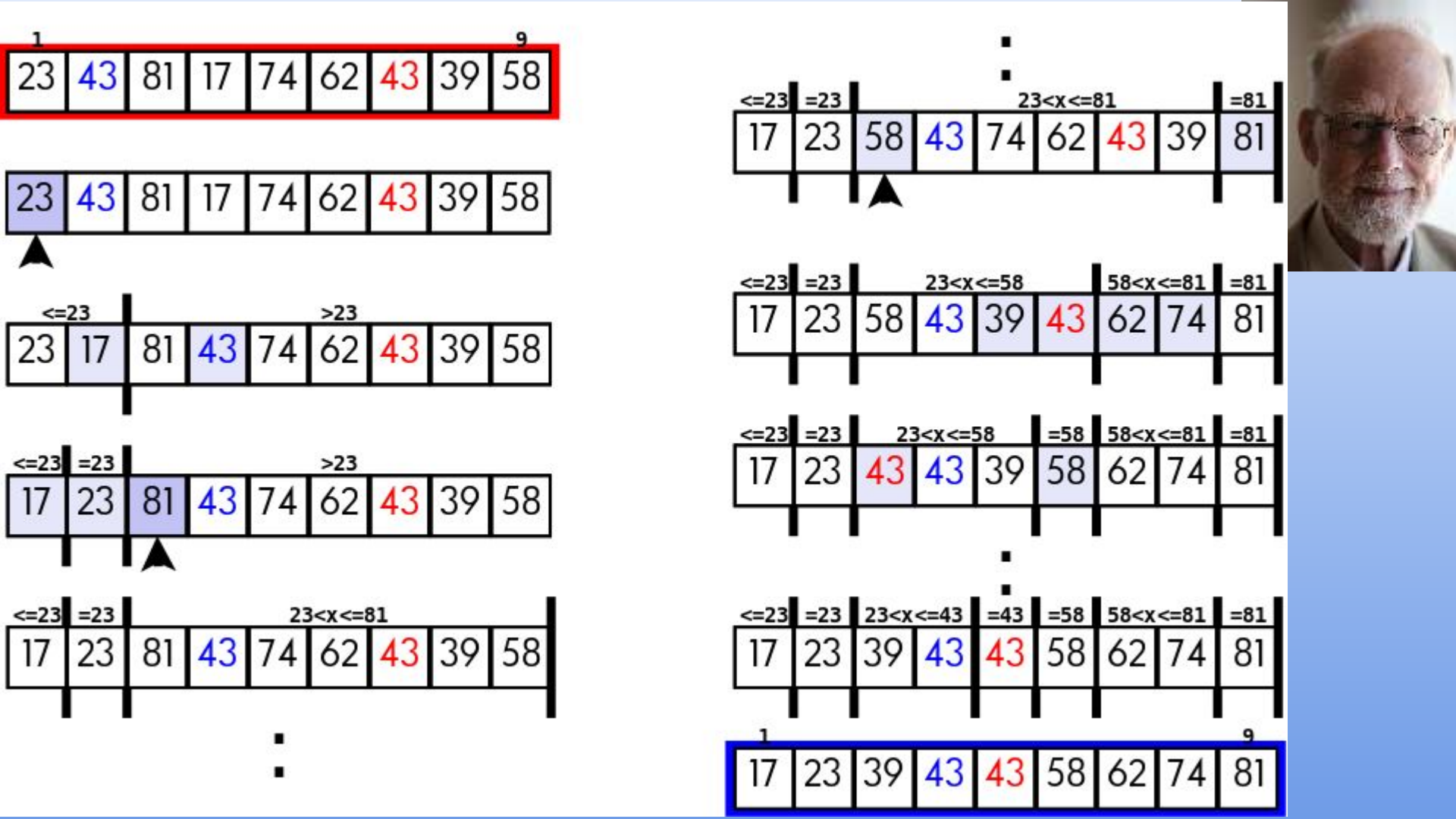
- Pembuktian dengan induksi
- Loop invariant
  - Rekursif : ...
  - Loop luar: ...
  - Loop dalam: ...

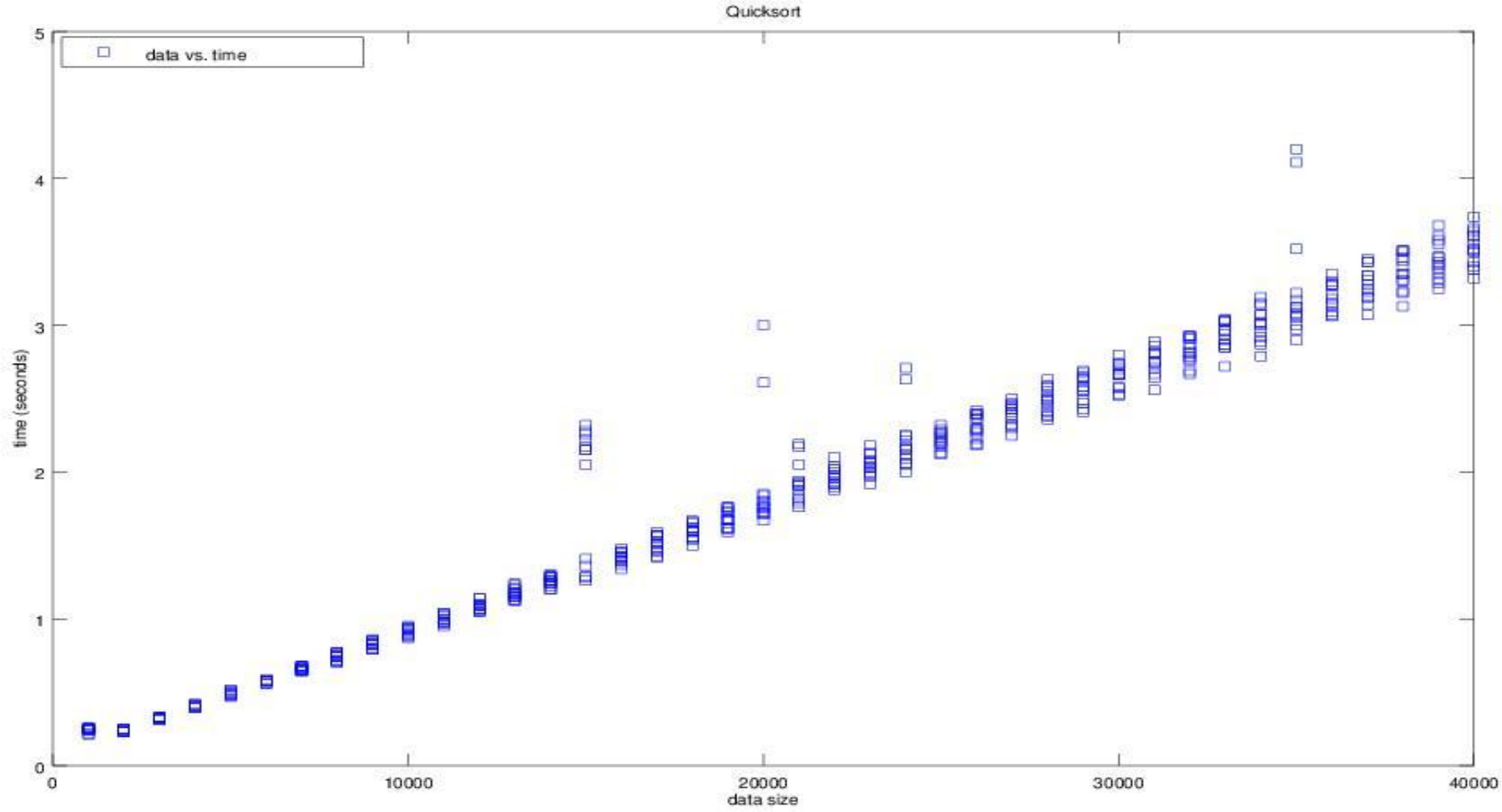
QuickSort, LI

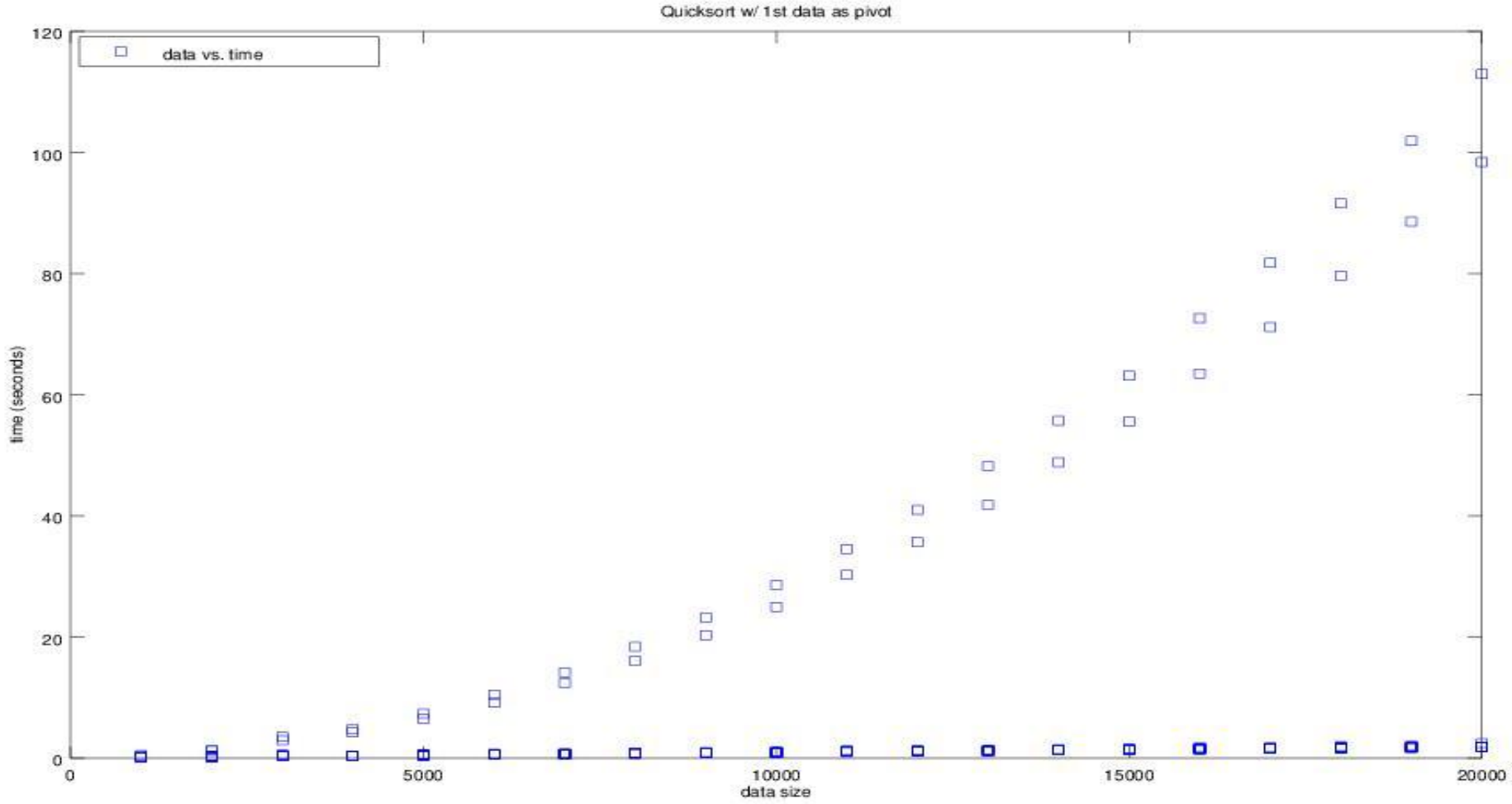
- Rekursif (**if** left < right **then** …)
  - L.I.: Data terbagi dalam 3 group dengan relasi: A[..left-1] ≤ A[left..right] < A[right+1..]
  - Basis, hipotesis, induksi: …
- Loop luar (**while** i < k **do** …)
  - L.I.: A[left..i-1] < A[k+1..right]
- Loop dalam (**while** i ≤ k **and** A[i] ≤ pv **do** …)
  - L.I.: A[left..i-1] ≤ pv
- Loop dalam (**while** i ≤ k **and** A[k] > pv **do** …)
  - L.I.: A[k+1..right] > pv

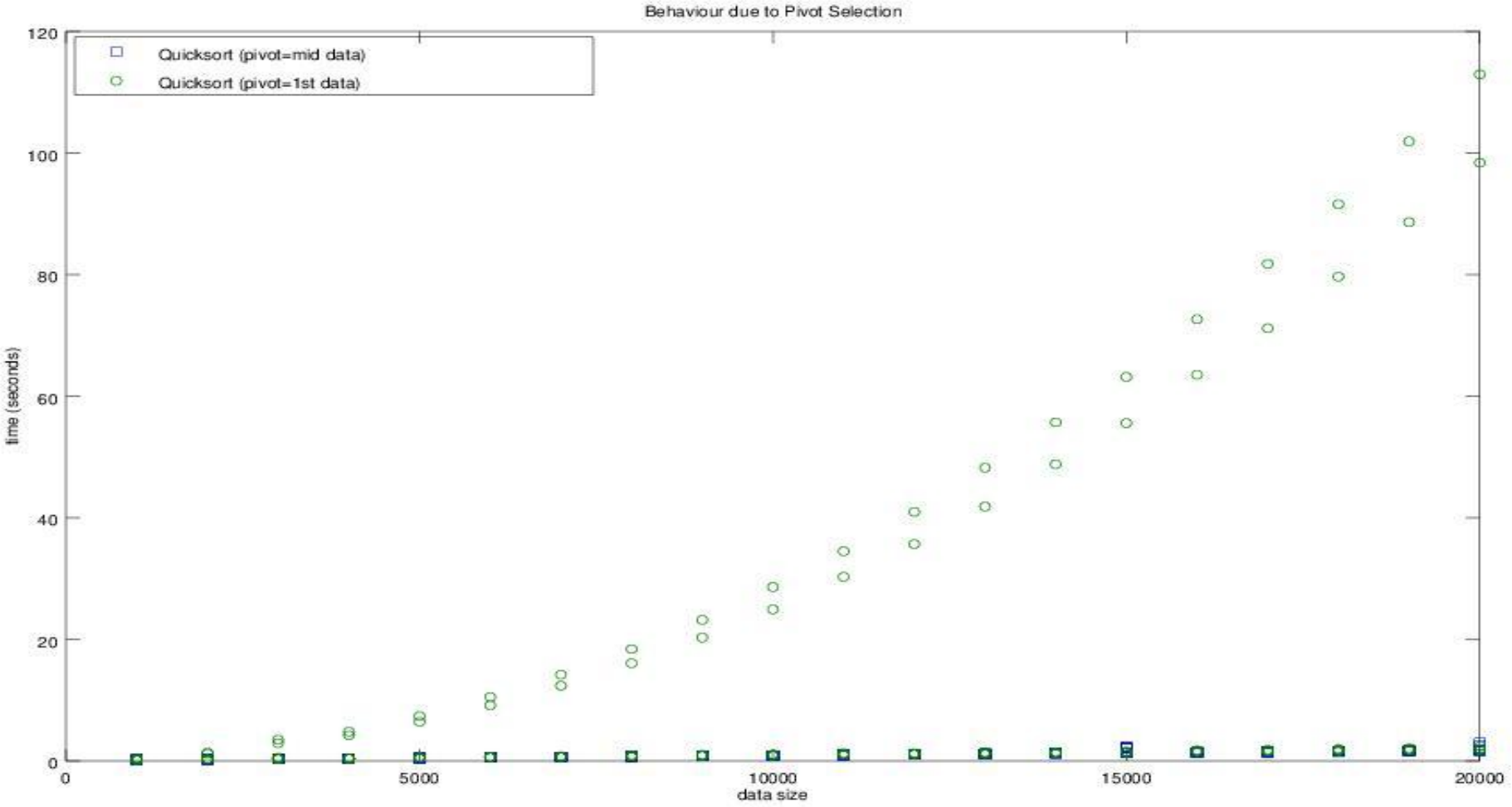


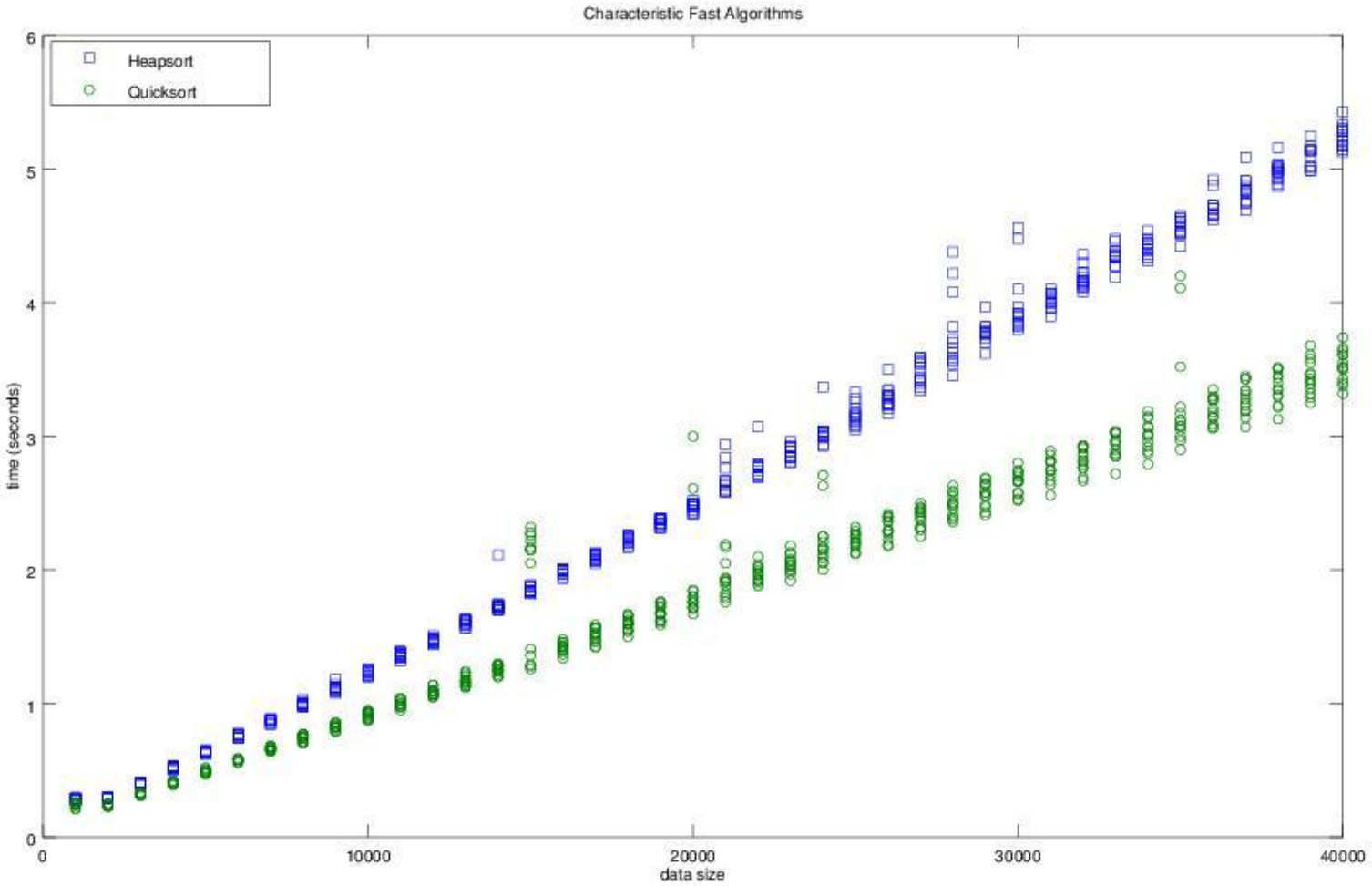
C.A.R Hoare menciptakan Quicksort (1959)


1
9
23 43 81 17 74 62 43 39 58
23 43 81 17 74 62 43 39 58
<=23
>23
23 17 81 43 74 62 43 39 58
<=23 =23
>23
17 23 81 43 74 62 43 39 58
<=23 =23
23<x<=81
17 23 81 43 74 62 43 39 58
<=23 =23
23<x<=81
=81
17 23 58 43 74 62 43 39 81
<=23 =23
23<x<=58
58<x<=81
=81
17 23 58 43 39 43 62 74 81
<=23 =23
23<x<=58
=58
58<x<=81
=81
17 23 43 43 39 58 62 74 81
<=23 =23
23<x<=43
=43
=58
58<x<=81
=81
17 23 39 43 43 58 62 74 81
1
9
17 23 39 43 43 58 62 74 81


Quicksort
data vs. time
time (seconds)
data size
0
1
2
3
4
5
0
10000
20000
30000
40000


Quicksort w/ 1st data as pivot
data vs. time
time (seconds)
data size
0
20
40
60
80
100
120
0
5000
10000
15000
20000


Behaviour due to Pivot Selection
Quicksort (pivot=mid data)
Quicksort (pivot=1st data)
time (seconds)
data size
0
20
40
60
80
100
120
0
5000
10000
15000
20000

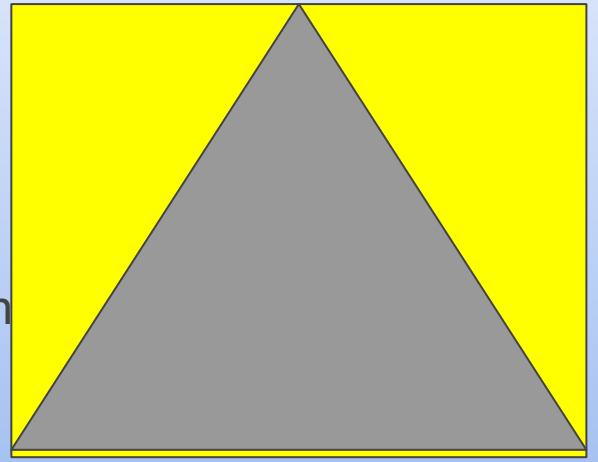

Characteristic Fast Algorithms
Heapsort
Quicksort
time (seconds)
data size
0
1
2
3
4
5
6
0
10000
20000
30000
40000

Analisis Waktu QuickSort

- Misalkan A[1..n]
- $T_{QSORT}(n) = \begin{cases} c_1 & ; n == 1 \\ T_{QSORT}(k\text{-}left) + T_{QSORT}(right\text{-}k) + c_2 n & ; n > 1 \end{cases}$
- Faktor k mempengaruhi $T_{QSORT}(n)$

```
proc QuickSort( A[left..right] )
    if left < right then
        p := Pivot(A[left..right])
        pv := A[p]
        A[left] ⇔ A[p]
        k := QuickSplit(A[left+1..right], pv)
        A[left] ⇔ A[k]
        Quicksort(A[left..k-1])
        Quicksort(A[k+1..right])
    endif
```

Analisis Waktu QuickSort



- Jika k-left atau right-k ≈ konstan c_3, maka

  $T_{QSORT}(n) = T(c_3) + T(n-c_3) + c_2 n \approx (c_2 n).(n/c_3) = (c_2 n$

  Ada n/c_3 iterasi

- Jika k-left dan right-k ≈ ½n, maka

  $T_{Qsort}(n) = 2T(½n) + c_2 n \quad \approx (c_2 n).\lg n = O(n \lg n)$

  Tinggi pohon ideal dengan n leaf

- Jika k-left dan right-k ≈ $c_4 n$, $0 < c_4 < 1$ maka

  $T_{Qsort}(n) = T(c_4 n) + T((1-c_4)n) + c_2 n \approx (c_2 n).(\lg n / \lg c_4) \approx c_5 n \lg n = O(n \lg n)$

Menuju Waktu Rerata: Randomization QuickSort

```
func Pivot( A[left..right] )
    return := (left + right) / 2

func Pivot( A[left..right] )
    return := left

func Pivot( A[left..right] )
    return := Random(left, right)
```

Insertion sort: n^2 n^2 n
Quicksort : n^2 n.lg(n) n.lg(n)

Algoritma Median

- Algoritma cepat pencarian median untuk pivot, $O(n)$
- Modifikasi algoritma quicksort untuk mencari median atau data posisi ke-i

Akhir dari Topik Minggu 03